Sesión preparatoria Olimpiada Local 2016-17

(Grupo 2)

Sevilla, 4 de noviembre de 2016

1.- Probar que para todo entero positivo *n*,

$$\frac{1}{1·2}+ \frac{1}{2·3}+\frac{1}{3·4}+ ··· + \frac{1}{n·(n+1)}= \frac{n}{n+1}$$

2.- Probar que para cualquier número natural *n* se verifica que:

$$1^{2}+ 2^{2}+ 3^{2}+ ··· +n^{2}= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3.- Sea Fn la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,…, Fn,… donde, Fn+1 = Fn + Fn-1.. n>2

Probar que para todo n, Fn < 2n

4.- Probar que, no existe una función entera: *f: Z ---> Z* tal que *f(x + f(y)) = f(x) - y* para cualesquiera enteros *x, y*

5.- ¿Cuál es el número máximo de regiones por el que queda dividido un plano al trazar n rectas?

6.- La torre de Hanoi. Definir una función recurrente que nos de los movimentos de los discos. Finalmente, mediante conjetura expresar dicha función de manera explícita, y probar que es correcta utilizando el principio de inducción.

7.- [11] En un torneo cada jugador juega con cada uno de los otros jugadores exactamente una vez, y en cada juego hay un ganador y un perdedor.

Decimos que los jugadores *p1, p2 . . . , pm* forman un ciclo de longitud *m* si *p1* le gana a *p2*, *p2* le gana a *p3, . . ., pm−1*le gana a *pm*, y *pm* le gana a *p1*.

Demostrar que si hay un ciclo *p1, p2, . . . , pm* (*m ≥ 3*), entonces hay un ciclo de longitud